

Решение задач

1. $\int_1^3 \left(x^2 - \frac{4}{x} + \frac{5}{1+x^2} \right) dx$. 2. $\int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx$. 3. а) $\int_1^2 x(3x-1)^7 dx$; б) $\int_0^2 x^2 \sqrt{4-x^2} dx$.

4. $\int_1^e x^2 \ln x dx$.

5. Найти площадь S фигуры (D), ограниченной линиями $y=-x^2+2x+2$ и $y=2x+1$.

6. Найти площадь фигуры, ограниченной эллипсом $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Задачи для самостоятельного решения

Вычислите интегралы (Метод разложения).

1. $\int_1^2 \left(x^3 - \frac{5}{\sqrt{x}} + \frac{2}{1+x^2} \right) dx$; 2. $\int_2^4 \left(\frac{3}{x} - \frac{6}{x^2} - \sin \frac{\pi x}{8} \right) dx$; 3. $\int_1^3 \left(\frac{4}{\sqrt[3]{x}} + \frac{7}{x} - e^{2x} \right) dx$;

4. $\int_3^4 \left(6\sqrt{x} - \frac{8}{x} + 2^{4x} \right) dx$;

Вычислите интегралы (Метод замены переменной).

5. а) $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$, б) $\int_1^2 x(5x-3)^4 dx$, в) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{4-\sin x + \cos x}$;

6. $\int_0^1 x e^{-x^2} dx$. 7. $\int_0^1 \frac{xdx}{(x^2+1)^2}$. 8. $\int_1^2 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x-1}}$. 9. $\int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} dx$. 10. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$. 11. $\int_1^2 \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} dx$.

12. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$. 13. $\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{x^2-2x+2}}$. 14. $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx$. 15. $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{dx}{\sqrt{e^x-1}}$. 16. $\int_{-\ln 2}^{-\ln \sqrt{2}} \frac{e^x dx}{\sqrt{1-e^{2x}}}$. 17.

$\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$.

18. $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{(4+x^2)^3}}$. 19. $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$. 20. $\int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}$. 21. $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \sin 2x dx$. 22. $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x dx$. 23.

$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3+2\cos x}$

Вычислите интегралы (Метод интегрирования по частям).

1. $\int_1^{e^2} \sqrt{x} \ln x dx$, 2. $\int_0^{\pi/2} x \sin 3x dx$, 3. $\int_1^e \frac{\ln^2 x dx}{x^3}$; 3. $\int_0^2 x e^{x/2} dx$,

Приложения определенного интеграла

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1. $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$.

2. $y = x + 8$, $x + y = 4$, $x = 1$, $x = 3$.

3. $y = 3x - x^2 - 2$, $y = 0$.

4. $y = x^2$, $y = x + 2$.

5. $y = e^{-x}$, $y = e^{2x}$, $x = 1$.

6. $y = x$, $y = x + \sin^2 x$, $0 \leq x \leq \pi$.

7. $y = x^2 - 2x$, $y = 4 - x^2$.

8. $xy = 2$, $y = 2x$, $x = 4$.

9. $x^2 + y^2 = 16$, $y \geq 0$.

10. $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$, $y = 0$, $y = x$, ($y \geq 0$).

11. $x^2 + y^2 - 4y = 0$, $y = x$, ($x \geq 0$).

12. $y = x^2 + 4x + 3$, $y = -2x - 5$;

13. $y = x^2 + 3x - 5$, $y = 3x - 1$;