

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.

Решить дифференциальные уравнения. Если заданы начальные условия, то найти частные решения.

1. $xdx - 2ydy = 0$. 2. $(x-1)dx + (y+1)dy = 0$, $y(1) = 3$. 3. $(x-2)y' = y+2$. 4. $\sqrt{1+x^2}y' - xy = 0$.

5. $(yx^2 + y)dy - (xy^2 + x)dx = 0$. 6. $y'(e^x - 1) = ye^x$. 7. $y'\text{ctg}x + y = 1$, $y(0) = 2$.

8. $(1-x^2)y' - 2xy^2 = 0$, $y(0) = 1$.

Решить дифференциальные уравнения. Если заданы начальные условия, то найти частные решения.

1. $y' = \frac{x+y}{x-y}$, $y(1) = 0$. 2. $y' = \frac{y}{x} + \cos\frac{y}{x}$. 3. $(x+y)dy = (x-y)dx$. 4. $xdy = \left(y + \sqrt{x^2 - y^2}\right)dx$.

5. $y' = \frac{x+y}{x}$, $y(1) = 1$.

Решить дифференциальные уравнения. Если заданы начальные условия, то найти частные решения.

1. $y' + y = 2x$, $y(0) = 1$. 2. $y' - 2y = 4e^x$. 3. $y' + 2y = 3xe^x$. 4. $y' - 2xy = 2xe^{x^2}$. 5. $y' - \frac{2y}{x} = 4x^3$.

6. $y' - y\text{ctg}x = \frac{1}{\sin x}$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. 7. $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2$, $y(1) = 2$.

Линейные однородные и неоднородные обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка.

Найти общие решения однородных дифференциальных уравнений. Если заданы начальные условия, то найти частные решения.

1. $y'' - 4y' + 3y = 0$. 2. $y'' - 2y' = 0$. 3. $y'' - 4y = 0$. 4. $y'' - 6y' + 9y = 0$. 5. $2y'' - 3y' + y = 0$; $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$.

6. $y'' + 4y = 0$; $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$. 7. $y'' - 2y' + 5y = 0$.

Найти общие решения дифференциальных уравнений, отыскивая частные решения методом подбора.

1. $y'' - 2y' = f(x)$, где: а) $f(x) = 4(x-1)$; б) $f(x) = (2x-3)e^x$; в) $f(x) = 6x^2 + 2x$; г) $f(x) = \cos x + 3\sin x$;
д) $f(x) = 2 + 3e^{-x}$.

2. $y'' - 3y' + 2y = f(x)$, где: а) $f(x) = x^2 + 4$; б) $f(x) = (2x+5)e^{3x}$; в) $f(x) = 3e^x$; г) $f(x) = (x+3)e^{2x}$;
д) $f(x) = 3e^{2x} + 2x + 1$.

3. $y'' - 2y' + y = f(x)$, где: а) $f(x) = x^2 - 3x + 2$; б) $f(x) = (6x-2)e^x$; в) $f(x) = 2\sin x$;

г) $f(x) = 2e^x + 4\cos x$.

4. $y'' + 4y = f(x)$, где: а) $f(x) = 4x^2 - 8x + 6$; б) $f(x) = (6x + 12)e^x$; в) $f(x) = 3x\cos x + 4\sin x$;

г) $f(x) = 8\cos 2x - 4\sin 2x$.

5. $y'' - 4y' + 5y = f(x)$, где: а) $f(x) = 5x^2 - 18x + 25$; б) $f(x) = (x - 1)e^{2x}$; в) $f(x) = 4(\sin x - \cos x)$;

г) $f(x) = 2e^{2x}\cos x$; д) $f(x) = xe^{2x} + 8\sin x$.

Найти решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие заданным начальным условиям.

1. $y'' - 4y' = 4e^{2x}$; $y(0) = 0$, $y'(1) = 1$. 2. $y'' - y' = 1 - 2x$; $y(1) = 2$; $y'(1) = 3$.

3. $y'' + 2y' + 2y = -5\sin x$; $y(0) = 4$, $y'(0) = -4$. 4. $y'' - y' - 2y = -2x^2 - 4x + 3$; $y(1) = 1$, $y'(1) = 3$.