

## Задача 16. Экономическая задача.

*Критерий проверки:*

- 2 – обоснованно верный ответ
- 1 - математическая модель построена верно
- 0 – не соответствует ни одному из указанных выше критериев

*Первичная классификация:* Банковская задача (кредиты, вклады), логистика (минимакс)

*Постановка банковской задачи:*

- $S$  – сумма кредита, сумма вклада;
- $p\%$  - ставка по кредиту, по вкладу (процентная ставка, начисляется на остаток долга !!!);
- $n$  – количество выплат, начислений (срок кредитования, срок действия вклада);

*Кредиты:* Аннуитетный, дифференцированный и комбинированный платежи.

*Аннуитетный платеж:*

$$\left. \begin{array}{l} S - \text{сумма кредита;} \\ p\% - \text{процентная ставка} \Rightarrow k = 1 + \frac{p}{100}; \\ X - \text{разовая выплата (все выплаты равны);} \\ n - \text{количество выплат;} \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\left( \left( \left( (S \cdot k - X) \cdot k - X \right) \cdot k - X \right) \cdot k - X \right) \cdot k - \dots - X = 0 \Rightarrow$$
$$S \cdot k^n = \frac{X \cdot (k^n - 1)}{k - 1};$$

*Дифференцированный платеж:*

*Табличный метод решения*

Задана схема изменения долга!

«Сумма кредита – долг!!»

$S$  – сумма кредита;

$n$  – количество выплат (срок кредитования)

$(n+1)$  – количество столбцов в таблице

*Дифференцированный платеж (равномерное списание долга):*

$S/n$  – величина на которую уменьшается долг на каждом этапе,

0	1	2	3	...	$n-1$	$n$
$S$	$\frac{n-1}{n}S$	$\frac{n-2}{n}S$	$\frac{n-3}{n}S$	...	$\frac{1}{n}S$	0
$kS$	$\frac{n-1}{n}kS$	$\frac{n-2}{n}kS$	$\frac{n-3}{n}kS$	...	$\frac{1}{n}kS$	0

Выплаты – разность по диагонали между элементами второй и первой строки,

Сумма общих выплат банку:  $\frac{k \cdot s}{2}(n+1) - \frac{s}{2}(n-1)$

*Комбинированный платеж:*

$$\left. \begin{array}{l} X_1, X_2, \dots, X_n - \text{выплаты} \\ k_1, k_2, \dots, k_n - \text{процентные ставки} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left( \left( (S * k_1 - X_1) * k_2 - X_2 \right) * k_3 - X_3 \right) * k_4 - \dots - X_n = 0;$$

*Вклады:*

$$\left. \begin{array}{l} X_1, X_2, \dots, X_n - \text{вложение (снятие)} \\ k_1, k_2, \dots, k_n - \text{процентные ставки} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left( \left( (S * k_1 \pm X_1) * k_2 \pm X_2 \right) * k_3 \pm X_3 \right) * k_4 \pm \dots \pm X_n$$

$$\left( 1 + \frac{p}{100} \right)^n - \text{формула сложных процентов}$$

Логистика (Минимакс):

1. Функция (целевая) для исследования (точечная), как правило, функция прибыли.
2. Производная (подвох при исследовании функции).
3. Задачи на оптимальный выбор (линейное программирование, условный экстремум).

*Правило прочтения: «с конца»*

## Решение задач

1. В июле планируется взять кредит на сумму 8052000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года)?

2. В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 2,16 млн рублей.

Сколько млн. рублей было взято в банке, если известно, что он был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за 3 года)?

3. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 100000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $a\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.

Найдите число  $a$ , если известно, что кредит был полностью погашен за два года, причем в первый год было переведено 55000 руб., а во второй 69000 рублей.

4. В июле планируется взять кредит на сумму 4026000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом прошлого года.
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придется отдать в случае, если кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года) по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за 2 года)?

5. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на некоторый срок.

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На какой минимальный срок следует брать кредит, чтобы наибольший годовой платеж по кредиту не превысил 1,8 млн рублей?

6. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 10 млн рублей на 5 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько млн рублей составила общая сумма выплат после погашения кредита?

7. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 20 млн рублей на некоторый срок (целое число лет).

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет был взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 47 млн рублей?

8. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на срок 15 лет.

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $x\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Найти  $x$ , если известно, что наибольший годовой платеж по кредиту составит не более 1,9 млн рублей, а наименьший - не менее 0,5 млн рублей.

9. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (целое число лет).

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет был взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 40 млн рублей?

10. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 1300000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

На какое минимально количество лет можно взять кредит при условии, что ежегодные выплаты были не более 350000 рублей?

11. Зависимость объема  $Q$  (в шт) купленного у фирмы товара от цены  $P$  (в руб. за шт.) выражается формулой  $Q=15000-P$ ,  $1000 \leq P \leq 15000$ . Доход от продажи товара составляет  $PQ$  рублей. Затраты на производство  $Q$  единиц товара составляют  $3000Q+5000000$  рублей. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство. Стремясь привлечь внимание покупателей, фирма уменьшила цену продукции на 20%, однако ее прибыль не изменилась. На сколько процентов следует увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли?

12. 15-го января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

13. Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. ед. продукции на таком заводе равны  $0,5x^2+2x+6$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px-(0,5x^2+2x+6)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более, чем за 3 года?

14. Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят  $t^2$  тысяч рублей в конце года  $t$  ( $t=1,2,3,\dots$ ). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги в банк, при этом в конце каждого следующего года сумма на счете будет увеличиваться в  $1+r$  раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцатого года сумма на счете была наибольшей. Расчеты показали, что для этого ценные бумаги нужно продать строго в конце 9 – го года. При каких положительных  $r$  – это возможно?

15. Первичная информация разделяется по серверам №1 и №2 и обрабатывается на них. С сервера №1 при объеме  $t^2$  гб., входящей в него информации выходит  $20t$  гб., обработанной информации, а с сервера №2 при объеме  $t^2$  гб., входящей в него информации выходит  $21t$  гб., обработанной информации,  $25 \leq t \leq 55$ . Каков наибольший объем выходящей информации при общем объеме входящей информации 3364 гб.?

16. 15-го января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в процентах от кредита)	100%	90%	80%	70%	60%	50%	0%

В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивался на 5%, а выплаты по погашению кредита происходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма переплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

17. В начале 2001 года Алексей приобрел ценную бумагу за 25000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 3000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги в банк. Каждый год сумма на счете будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать бумагу, что бы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счета была наибольшей?

18. В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте работают 20 шахтеров, каждый из которых трудится 5 часов в день. При этом один шахтер за час добывает 1 кг. Алюминия или 2 кг. Никеля. Во второй шахте работают 100 шахтеров, каждый из которых трудится 5 часов в день. При этом один шахтер за час добывает 2 кг. Алюминия или 1 кг. Никеля. Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг. Алюминия приходится 1 кг. Никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько максимально килограммов сплава при таких условиях ежедневно может производить завод?

19. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью  $27 \text{ м}^2$  и номера «люкс» площадью  $45 \text{ м}^2$ . Общая площадь, которую можно отвести под номера  $981 \text{ м}^2$ . Предприниматель может поделить эту площадь между номерами разных типов, как хочет. Обычный номер приносит прибыль 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» - 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую прибыль в сутки может принести отель в сутки?

20. В двух областях работают по 160 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в сутки по добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,3 кг никеля. Во второй области для добычи  $x$  кг алюминия в день требуется  $x^2$  человеко-часов труда, а для добычи  $y$  кг никеля в день требуется  $y^2$  человеко-часов труда. Для нужд промышленности используется алюминий или никель, причем 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно добыть суммарно в двух областях для нужд промышленности?

21. Билл несколько лет назад вложил деньги в акции некоторого предприятия. Ежегодно он получал прибыль по акциям сначала  $9\frac{1}{11}\%$  в год, потом 37,5% и наконец  $6\frac{2}{3}\%$  и сразу же вкладывал деньги в те же акции. Известно, что одинаковые процентные ставки были целое число лет, а в конце первоначальная сумма вклада увеличилась на 156%. Определите срок, на который вложили деньги в акции предприятия.

22. Вклад планируется открыть на 4 года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с размером в начале года, а, кроме того, в начале третьего и четвертого годов вклад пополнялся на 3 млн. рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через 4 года вклад будет меньше 25 млн. рублей.

23. Оля хочет взять в кредит 1 300 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10 % годовых. На какое минимальное количество лет может Оля взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 350 000 рублей?

24. 1 июня 2013 года Всеволод Ярославович взял в банке 900000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита, следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1 %), затем Всеволод Ярославович переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Всеволод Ярославович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 100000 рублей?

25. Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $2t$  единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $5t$  единиц товара.

За каждый час работы (на каждом заводе) Владимир платит рабочему 500 рублей. В неделю Владимиру нужно производить 580 единиц товара. Какую наименьшую сумму придется тратить еженедельно на рабочих?

26. В июле 2016 года планируется взять кредит в размере 4,2 млн. рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2017, 2018, 2019 годов долг остается равным 4,2 млн. рублей;
- суммы выплат 2020 и 2021 годов равны;

Найдите  $r$ , если долг полностью выплачен и общие выплаты составили 6,1 млн. рублей.

27. Вклад планируется открыть на 4 года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с размерами в начале года, а, кроме того, в начале третьего и четвертого годов вклад пополнялся на 3 млн. рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через 4 года вклад будет меньше 25 млн рублей.

28. Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят  $t^2$  тысяч рублей в конце года  $t$  ( $t=1,2,3,\dots$ ). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги в банк, при этом в конце каждого следующего года сумма на счете будет увеличиваться в  $1+r$  раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, что бы в конце двадцать пятого года сумма на счете была наибольшей. Расчеты показали, что для этого ценные бумаги нужно продать строго в конце 21 – го года. При каких положительных  $r$  – это возможно?

29. В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$ - целое число. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года
- с февраля по июль каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей

Месяц и год	Июль 2026	Июль 2027	Июль 2028	Июль 2029
Долг (в млн рублей)	$S$	$0.8S$	$0.4S$	$0$

Найдите наибольшее значение  $S$ , если каждая из выплат меньше 5 млн. рублей.

30. Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят  $t^2$  тысяч рублей в конце года  $t$  ( $t=1,2,3,\dots$ ). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги в банк, при этом в конце каждого следующего года сумма на счете будет увеличиваться на 20%. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце тридцатого года сумма на счете была наибольшей. В конце какого года нужно продать бумаги?

31. Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят  $10t$  тысяч рублей в конце года  $t$  ( $t=1,2,3,\dots$ ). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги в банк, при этом в конце каждого следующего года сумма на счете будет увеличиваться в  $1+r$  раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на счете была наибольшей. Расчеты показали, что для этого ценные бумаги нужно продать строго в конце 11 – го года. При каких положительных  $r$  – это возможно?

32. В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн. рублей, где  $S$  – целое число. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
- в июле долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2026	Июль 2027	Июль 2028	Июль 2029
Долг (млн. рублей)	$S$	$0.8S$	$0.5S$	$0$

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая выплата будет меньше 4 млн. рублей.

33. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;

Если ежегодно платить по 58564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, если по 106964, то за 2 года. Найдите  $r$ ?

34. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 300000 рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;

Найдите  $r$ , если известно, что кредит полностью погашен за два года, причем в первый год выплачено 260000 рублей, а во второй 169000.

35. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 48250 рублей больше суммы, взятой в кредит?

36. 15-го января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма после полного погашения кредита на 25% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

37. Вадим является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, если рабочие трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $t$  единиц товара.

За каждый час работы Вадим платит 500 рублей, каждому рабочему завода, расположенного в первом городе, и 300 – каждому рабочему завода, расположенному во втором городе.

Вадим готов выделять 1200000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

38. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 7,5 млн. рублей?

39. По вкладу «А» банк в течении трех лет в конце каждого года увеличивает на 10% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» - увеличивает на 11% в течении каждого года в течении первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад остается выгоднее вклада «А», при одинаковых начальных взносах.

40. По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 8 % в первый год и на одинаковое целое число  $n$  процентов, и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

41. По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект целое число миллионов рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 миллионов рублей в первый и второй годы, а также по 10 миллионов в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 100 миллионов, а за четыре года станут больше 170 миллионов рублей.

42. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;  
 — в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (млн. рублей)	$S$	$0.8S$	$0.5S$	0

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая выплата будет меньше 4 млн. рублей.

43. 15-го января планируется взять кредит в банке на 6 месяцев в размере 1 млн. рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии с таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн. рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее  $r$ , при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн. рублей.

44. По бизнес – плану предполагается вложить в четырехлетний проект 10 млн. рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число миллионов рублей  $n$  в первый и второй годы, а также целое число миллионов рублей  $m$  в третий и четвертый годы. Найдите наименьшие значения  $m$  и  $n$ , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утраются.

45. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1 –го, 2-го, 3-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту оставляя долг равным первоначальному. В конце 4 – го, 5 – го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы погашая долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика превысит 10 млн. рублей

46. Крупная нефтяная компания объявила котировку своих акций на ближайшие три месяца с приростом в процентах последовательно по месяцам 243%, 412%, 629% по отношению к каждому предыдущему месяцу. Каков средний ежемесячный рост котировок за указанный период?

47. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия возврата таковы

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей<sup>0</sup>

48. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 1000000 рублей на  $(n+1)$  месяцев. Условия его возврата таковы - 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $p\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца,

—со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга,

—15-го числа каждого месяца с 1-го по  $n$ -й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

—15-го числа  $n$ -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;

—к 15-му числу  $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен

Найдите  $p$ , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тысяч рублей

49. Малое предприятие выпускает изделия двух типов. Для изготовления изделия первого типа требуется 5 часов работы станка  $A$  и 9 часов работы станка  $B$ . Для изготовления изделия второго типа требуется 8 часов работы станка  $A$  и 4 часа работы станка  $B$  (станки могут работать в любой последовательности). По техническим причинам станок  $A$  может работать не более 208 часов в месяц, а станок  $B$  - не более 144 часов в месяц. Каждое изделие первого типа приносит предприятию 15000 д. е. прибыли, а каждое изделие второго типа - 12 000 д. е. прибыли. Найдите наибольшую возможную ежемесячную прибыль предприятия и определите, сколько изделий первого типа и сколько изделий второго типа следует выпускать для получения этой прибыли.

50. В июле планируется взять кредит на сумму 1600000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть некоторую долга;

На какое минимальное количество лет можно взять кредит при условии того, чтобы ежегодные выплаты были не больше 550000 рублей?

51. Строительство нового завода стоит 220 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. единиц продукции на таком заводе равны  $0,5x^2+x+7$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать, по цене  $p$  тыс. руб. за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px-(0,5x^2+x+7)$ . Когда завод будет построен, каждый год фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. В первый год после постройки завода цена продукции  $p=9$  тыс. руб. за единицу, каждый следующий

год пена продукции увеличивается на 1 тыс. руб. за единицу. За сколько лет окупится строительство завода?

52. Василий взял кредит в банке на срок 14 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 8 %, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Василием. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма, уплаченная Василием банку?

53. Евгений хочет купить пакет акций быстрорастущей компании. В начале года у Евгения было недостаточно денег, а пакет стоил 195000 рублей. В середине каждого месяца Евгений откладывает на покупку пакета акций одну и ту же сумму, а в конце месяца пакет дорожает, но не более чем на 40 %. Какую наименьшую сумму нужно откладывать Евгению каждый месяц, чтобы через некоторое время купить желаемый пакет акций?

54. Производство некоторого товара облагалось налогом в размере  $t_0$  рублей за единицу товара. После того как государство, стремясь увеличить сумму налоговых поступлений, увеличило налог на 60% (до  $t_1 = 1,6t_0$ ), сумма налоговых поступлений не изменилась. На сколько процентов государству следует изменить налог после этого, чтобы добиться максимальных налоговых сборов, если известно, что при налоге, равном  $t$  рублей за единицу товара, объём производства товара составляет  $12000 - 2t$  единиц, если это число положительно, и 0 единиц иначе?

55. 15 декабря планируется взять кредит в банке на  $S$  тысяч рублей на 68 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1,5 % по сравнению с концом предыдущего месяца; – со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа последние три месяца долг должен уменьшиться на 300 тысяч рублей, все остальные месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на  $A$  тысяч рублей.

Найдите  $S$ , если всего было выплачено банку 3748 тысяч рублей?

Ответ: 2200

56. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 700 тыс. рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 19% по сравнению с концом предыдущего года;

- в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 16% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

- к июлю 2035 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

57. 15 декабря 2024 года планируется взять кредит в банке на 17 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 16-й (с января 2025 года по апрель 2026 года включительно) долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

- 15 апреля 2026 года долг составит 400 тысяч рублей;

- 15 мая 2026 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1608 тысяч рублей?

58. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1300 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2580 тыс. рублей. Сколько рублей составит долг в июле 2030 года?

59. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 700 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на  $r$  % по сравнению с концом предыдущего года ( $r$  — целое число);

— с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— в июле 2030 года долг должен составить 600 тыс. рублей;

— в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2230 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2035 году?

60. 15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов

по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо оплатить одним платежом часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн. рублей)	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0

Найдите наименьшее значение  $r$ , при котором общая сумма платежей будет больше 1,25 млн рублей.

61. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 10 лет. Условия его возврата таковы:

каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года; с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга; в июле каждого из годов с 2026 по 2030 долг уменьшается на одну и ту же сумму по сравнению с июлем предыдущего года; в июле каждого из годов с 2031 по 2035 долг уменьшается на одну и ту же сумму по сравнению с июлем предыдущего года, отличную от суммы, на которую долг убывал в первые пять лет.

Известно, что в конце 2030 года долг составил 800 тысяч рублей. Найдите начальную сумму кредита, если сумма выплат по кредиту равна 2090 тысяч рублей.

62. Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят  $t^2$  тыс. рублей в конце года  $t$  ( $t=1;2;\dots$ ). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться на 25%. В конце какого года пенсионному фонду следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцатого года сумма на его счёте была наибольшей?

63. В июле 2025 года планируется взять кредит на пятнадцать лет в размере 2000 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— первые пять лет каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— вторые пять лет каждый январь долг будет возрастать на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;

— последние пять лет каждый январь долг будет возрастать на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— в июле 2030 года долг составил 1500 тыс. руб;

— в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— в июле 2036, 2037, 2038, 2039 и 2040 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2040 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 6275 тыс. рублей. Сколько рублей составит долг в июле 2033 года?

64. Вадим является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $t$  единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе. Вадим платит рабочему 500 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе. — 300 рублей.

Вадим готов выделять 1200000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах? (29.03.24)

65. В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года:

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита должна быть на 40 980 рублей больше суммы, взятой в кредит? (31.05.2024)

66. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года:

— с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом выплатить часть долга:

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что сумма всех платежей после его полного погашения составит 17.5 млн рублей? (20.06.2024)

67. В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 630 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на  $r$  % по сравнению с концом предыдущего года:

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга:

— в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 630 тыс. рублей:

— выплаты в 2030 и 2031 годах равны:

— к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите  $r$ , если общая сумма платежей составит 915 тыс. рублей. (05.07.2024)

Ответы:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
3110400	4,55	15	950400	10	13	8	25
9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
11	5	12,5%	4	10	$\frac{19}{81} < r < \frac{17}{64}$ ;	1682	22,5%
17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.
2003	1050	86000	280	6	12	5	10
25.	26.	27.	28.	29.	30.	31.	32.
580000	10	12 млн.	$\frac{43}{441} < r < \frac{41}{400}$ ;	8	11	$\frac{1}{11} < r < \frac{1}{10}$ ;	6
33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
10	30	162000	5	80	5	9	12
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.
41	6	5	$n=4$ и $m=1$	6	404%	1100000	3
49.	50.	51.	52.	53.	54.	55.	56.
6 (I) и 22 (II) 354000	5	5	160%	127400	18.75	2200	14 млн.
57.	58.	59.	60.	61.	62.	63.	64.
12000000	500 т.	156 т.	6	1300 т.	9	1350	80
65.	66.	67.					
198600	14	10					