

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

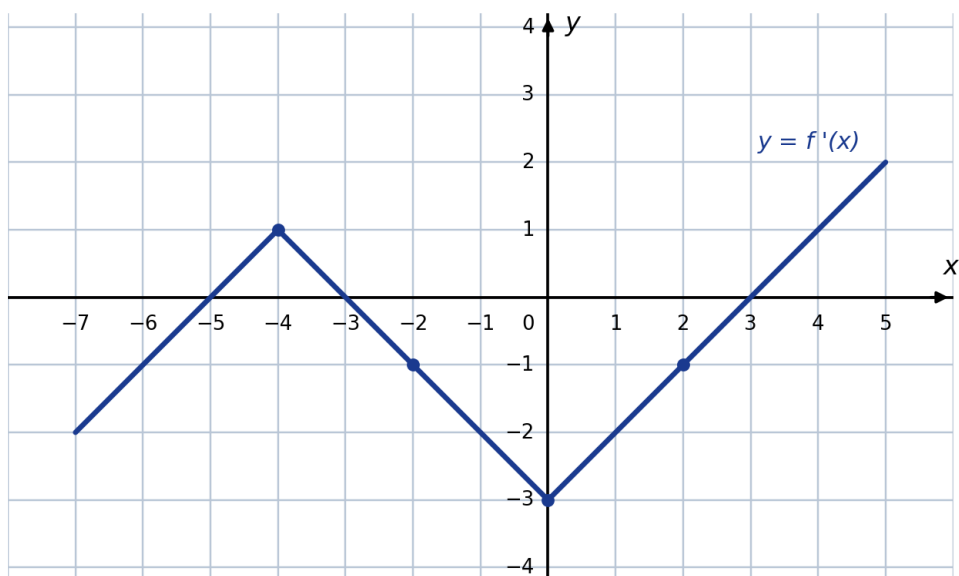
Профильный уровень. Тренировочный вариант № 1

Часть 1

1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 15$, $BH = 9$. Найдите AB .
2. Даны векторы $\vec{a}$ (6; 8) и $\vec{b}$ (−1; 7). Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
3. Объём параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 12. Найдите объём треугольной пирамиды $ABCA_1$.
4. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 8 чёрных, 5 жёлтых и 7 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.
5. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.
6. Закон распределения случайной величины X задан таблицей:

x_i	2	3	5	8
p_i	0,3	0,2	0,4	0,1

Найдите дисперсию случайной величины X .
7. Найдите корень уравнения $\log_3(2x - 5) = 2$.
8. Найдите значение выражения $\frac{5^{1,3} \cdot 25^{0,6}}{5^{1,5}}$.
9. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 5)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$.



10. Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,2 + 9t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее четырёх метров?

11. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми равно 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 50 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 5 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в километрах в час.

12. Зависимость между величинами задаётся формулой $f(x) = a \cdot 3^x + b$, где a и b — постоянные. Известно, что $f(0) = 7$ и $f(2) = 43$. Найдите $f(1)$.

13. Вкладчик открыл счёт на 400 000 рублей под 10 % годовых. Проценты начисляются один раз в год и прибавляются к сумме вклада. Сразу после начисления процентов за первый год вкладчик снял со счёта 90 000 рублей. Какая сумма (в рублях) будет на счёте через два года после открытия?

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

14. а) Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\cos x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

15. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания $AB = 4$, боковое ребро $AA_1 = 12$. Точка M — середина ребра CC_1 .

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью, проходящей через точки A , M и D_1 , является трапецией.

б) Найдите площадь этого сечения.

16. Решите неравенство $\log_7(x^2 + 4x) \leq \log_7(5x + 6)$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 4x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 2$$

на отрезке $[0; 2]$ равно 3.

18. Диагонали трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD пересекаются в точке O .

а) Докажите, что площади треугольников ABO и CDO равны.

б) Найдите площадь трапеции $ABCD$, если $BC = 6$, $AD = 10$, а площадь треугольника BOC равна 18.

19. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = |x| + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

20. На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 40 и меньше 100.

а) Может ли на доске быть пять чисел?

б) Может ли на доске быть шесть чисел?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их ровно четыре?