

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень. Тренировочный вариант № 2

Составлен по структуре демонстрационного варианта КИМ ЕГЭ 2027 года (проект ФИПИ).

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий с кратким ответом. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Максимальный первичный балл за работу — 33.

Ответом к заданиям части 1 является целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

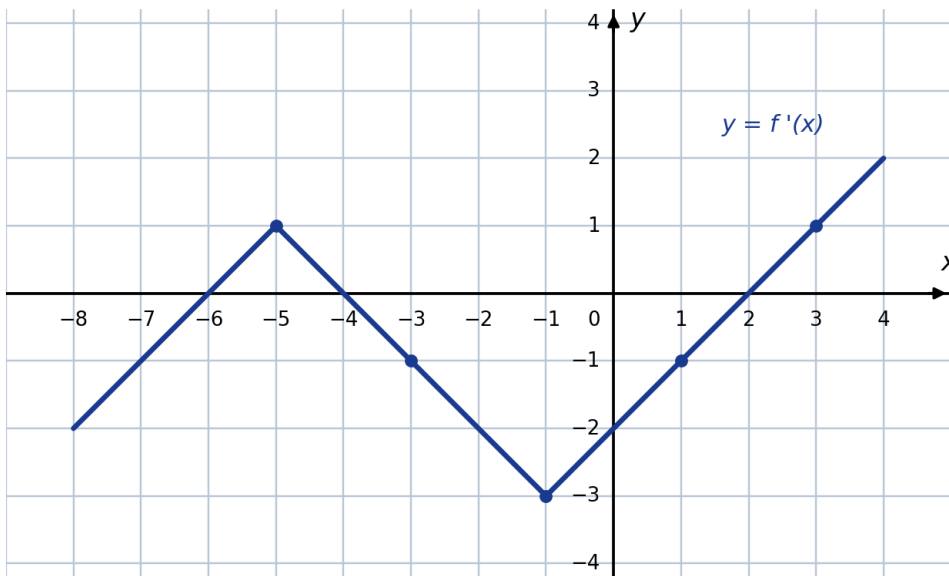
При выполнении заданий части 2 требуется записать полное обоснованное решение и ответ.

Часть 1

1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 8$, $\operatorname{tg} A = 0,75$. Найдите BC .
2. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол 60° , причём $|\vec{a}| = 4$ и $|\vec{b}| = 5$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
3. Объём конуса равен 24. Через середину его высоты параллельно основанию проведена плоскость. Найдите объём конуса, отсекаемого от данного конуса этой плоскостью.
4. Вероятность того, что новый пылесос прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,83. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
5. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3 для каждого автомата. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
6. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[2; 10]$. Найдите вероятность того, что X примет значение из отрезка $[4; 7]$.
7. Найдите корень уравнения $3^{x-5} = 81$.

8. Найдите значение выражения $\log_2 48 - \log_2 3$.

9. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 4)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих этому интервалу.



10. Мощность, выделяемая на резисторе, вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока в амперах, R — сопротивление в омах. При каком наибольшем значении силы тока мощность не превысит 200 Вт, если сопротивление резистора равно 8 Ом? Ответ дайте в амперах.

11. Смешали 6 кг 15-процентного раствора вещества с 4 кг 25-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

12. Зависимость между величинами задаётся формулой $f(x) = a\sqrt{x} + b$, где a и b — постоянные. Известно, что $f(4) = 11$ и $f(9) = 16$. Найдите $f(25)$.

13. Ежемесячный доход семьи составляет 150 000 рублей. Обязательные расходы (жильё, питание, транспорт) составляют 40 % дохода, ещё 25 000 рублей в месяц уходит на прочие траты, а всё остальное семья откладывает. Через сколько месяцев семья накопит 455 000 рублей?

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

14. а) Решите уравнение $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

15. В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$ сторона основания равна 6, боковое ребро равно 6. Точка M — середина ребра AA_1 .

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью, проходящей через точки M , B и C , является равнобедренным треугольником.

б) Найдите площадь этого сечения.

16. Решите неравенство $\frac{5^x - 25}{5^x - 125} \geq 0$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = x^2 - 2ax + a^2 + a - 1$$

на отрезке $[1; 3]$ равно 2.

18. Вписанная в треугольник ABC окружность с центром I касается стороны AB в точке K .

а) Докажите, что $AK = p - BC$, где p — полупериметр треугольника ABC .

б) Найдите площадь треугольника AKI , если $AB = 13$, $BC = 14$, $AC = 15$.

19. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x + 3} = x + a$$

имеет ровно один корень.

20. На доске написано несколько (более одного) различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 20.

а) Может ли среднее арифметическое написанных чисел равняться 5,5?

б) Может ли среднее арифметическое написанных чисел равняться 20?

в) Какое наибольшее количество чисел может быть написано на доске, если их среднее арифметическое равно 5?