

ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ

Задача 12

Абсцисса второй точки пересечения прямой и параболы



УСЛОВИЕ

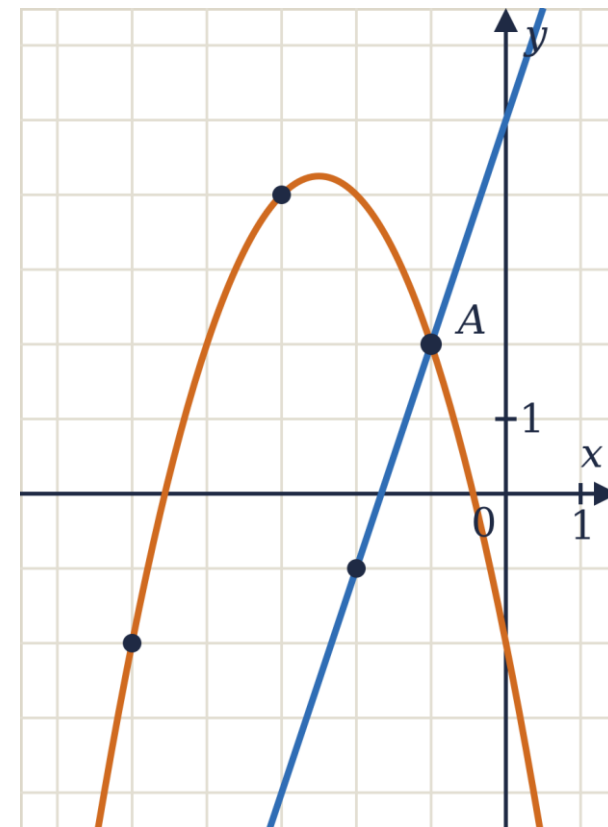
Что дано и что найти

На рисунке изображены графики функций $f(x) = 3x + 5$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .

— прямая $y = f(x)$

— парабола $y = g(x)$

Точка B на рисунок не попала — её абсциссу придётся найти вычислением.



Идея решения

1

Снимаем точки

По клеткам находим три точки, через которые проходит парабола

2

Находим $g(x)$

По этим точкам определяем формулу параболы

3

Решаем уравнение

Приравниваем $g(x)$ и $f(x)$ и выбираем корень, который не равен абсциссе точки A

Абсциссы точек пересечения графиков — это корни уравнения $g(x) = f(x)$.

ШАГ 1 ИЗ 3

Читаем точки параболы

По клеткам находим три точки, через которые проходит парабола:

$(-4; 2)$

левая ветвь

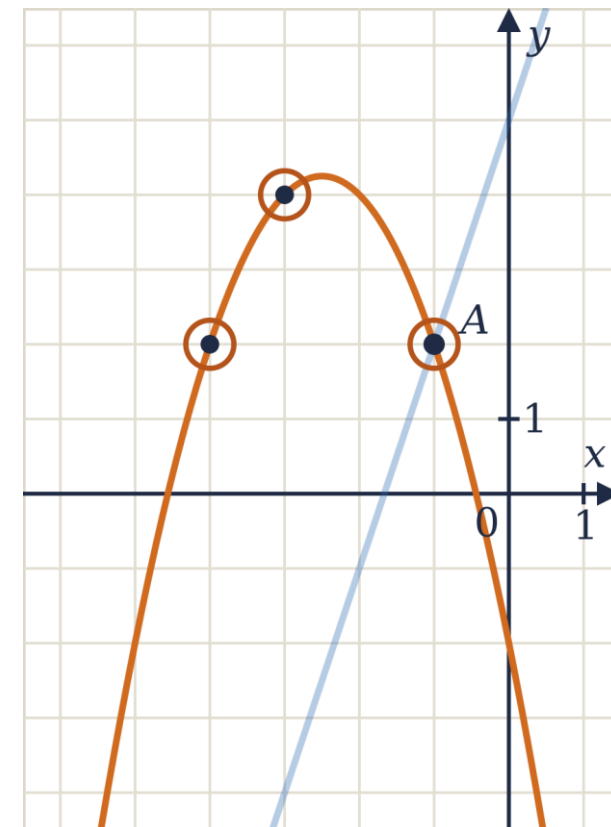
$(-3; 4)$

около вершины

$(-1; 2)$

точка A

Точки $(-4; 2)$ и $(-1; 2)$ лежат на одной высоте $y = 2$ — это упростит вычисления.



Находим коэффициент a

Парабола проходит через $(-4; 2)$ и $(-1; 2)$, поэтому её удобно записать так:

$$g(x) = a(x + 4)(x + 1) + 2$$

Подставим третью точку $(-3; 4)$:

$$\begin{aligned} a \cdot (-3 + 4)(-3 + 1) + 2 &= 4 \\ -2a = 2 &\Rightarrow a = -1 \end{aligned}$$

Почему так?

При $x = -4$ и $x = -1$ произведение $(x + 4)(x + 1)$ равно нулю, поэтому $g(x) = 2$ — как на рисунке.

Формула параболы и проверка

Раскрываем скобки при $a = -1$:

$$\begin{aligned} g(x) &= -(x + 4)(x + 1) + 2 = \\ &= -x^2 - 5x - 2 \end{aligned}$$

Проверяем по рисунку:



$$g(0) = -2$$

график проходит через точку $(0; -2)$



$$g(-5) = -25 + 25 - 2 = -2$$

точка $(-5; -2)$ отмечена на рисунке

Решаем уравнение $g(x) = f(x)$

Абсциссы точек A и B — корни уравнения:

$$-x^2 - 5x - 2 = 3x + 5$$

$$x^2 + 8x + 7 = 0$$

$$(x + 1)(x + 7) = 0$$

$$x = -1$$

это точка A — она видна на рисунке

$$x = -7$$

это точка B — искомая абсцисса

ОТВЕТ

—7

Абсцисса точки B равна -7 , сама точка — $B(-7; -16)$.