Задачи и упражнения по теме «Формула полной вероятности. Формула Байеса»

1. Известно, что 96% выпускаемой продукции удовлетворяет стандарту. Упрощённая схема контрольная признаёт пригодной стандартную продукцию с вероятностью 0,98 и нестандартную – с вероятностью 0,05. Определить вероятность того, что изделие, прошедшее упрощённый контроль, удовлетворяет стандарту.
2. В первой коробке содержится 20 радиоламп, из них 18 стандартных; во второй коробке – 10 радиоламп, из них 9 стандартных. Из второй коробки наудачу взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.
3. В группе из 10 студентов, пришедших на экзамен, 3 подготовленных отлично, 4 – хорошо, 2 – удовлетворительно и 1 – плохо. В экзаменационных билетах имеется 20 вопросов. Отличник может ответить на все 20 вопросов, хорошо подготовленный – на 16, удовлетворительно – на 10, плохо – на 5. Вызванный наугад студент ответил на три произвольно заданных вопроса. Найти вероятность того, что этот студент подготовлен: а) отлично; б) плохо.
4. Производится стрельба по цели тремя снарядами. Снаряды попадают в цель независимо друг от друга. Для каждого снаряда вероятность попадания в цель равна 0,4. Если в цель попал один снаряд, он поражает цель (выводит из строя) с вероятностью 0,3; если два снаряда – с вероятностью 0,7; если три снаряда – с вероятностью 0,9. Найти полную вероятность поражения цели.
5. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат в среднем производит 60% деталей отличного качества, а второй – 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь произведена: а) первым автоматом; б) вторым автоматом.
6. В стрелковой команде 2 отличных стрелка, 4 хороших и 4 посредственных. Вероятность попадания в мишень отличным, хорошим и посредственным стрелками равна соответственно 0,9; 0,7; 0,5. Наугад вызванный стрелок попал в мишень. Какова вероятность того, что был вызван отличный стрелок?
7. С первого автомата на сборку поступает 50%, со второго – 30%, с третьего – 20% деталей. Первый автомат даёт в среднем 0,8% брака, второй – 0,5%, третий – 0,3%. Найти вероятность того, что поступившая на сборку деталь: 1) бракованная; 2) бракованная деталь, произведённая первым автоматом.
8. Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено из первой группы курса – 4, из второй – 6. из третьей группы – 5 студентов. Вероятность того, что студент первой, второй и третьей группы попадёт в сборную института, соответственно равна 0,9; 0,7; 0,8. Наугад выбранный студент в итоге соревнования попал в сборную. К какой из групп вероятнее всего принадлежал этот студент?
9. Брак в продукции завода вследствие дефекта A составляет 8%, причём среди забракованных по признаку A продукции в 5% случаев встречается дефект B, а в продукции, свободной от дефекта A, дефект B встречается в 2% случаев. Найти вероятность встретить дефект B во всей продукции.

10. В пирамиде пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведёт один выстрел из наудачу взятой винтовки.

11. В урну, содержащую 2 шара, опущен белый шар, после чего из неё извлечён один шар. Найти вероятность того, что извлечённый шар окажется белым, если равновозможны все возможные предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).

11. Имеются две партии изделий по 12 и 10 штук, причём в каждой партии одно изделие бракованное. Изделие, взятое наудачу из 1-ой партии, переложено во 2-ую, после чего выбирается наудачу изделие из 2-ой партии. Определить вероятность извлечения бракованного изделия из 2-ой партии.

12. Изделия на конвейер поступают из 2-х автоматов: 60% из первого и 40% из второго. Вероятность изготовления стандартного изделия первым автоматом 0,8, вторым – 0,9. С вероятностью 0,9545 определить границы интервала, в котором заключена относительная частота нестандартных изделий в партии из 400 штук.

13. Имеется 5 ящиков с деталями: 2 ящика (состава H_1) по 2 стандартных и 3 нестандартных деталей; 2 ящика (состава H_2) по 1 стандартной и 4 нестандартных деталей; 1 ящик (состава H_3) с 4 стандартными и 1 нестандартной деталями. Из одного наудачу выбранного ящика взятая деталь оказалась стандартной. Определить вероятность того, что деталь взята из ящика 3-го состава.

14. В группе спортсменов 20 лыжников. 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму такова: для лыжников – 0,9; велосипедиста – 0,8; бегуна – 0,75. Найти вероятность того, что спортсмен, выбранный наугад, выполнит норму.

Задачи и упражнения «Одномерные случайные величины»

1. В партии - 10% деталей нестандартные. Наудачу отобраны 4 детали. ξ - число стандартных деталей среди отобранных. Составить ряд распределения и найти функцию распределения этой случайной величины.

2. В урне 6 белых и 4 чёрных шара. Из урны 5 раз подряд извлекается шар, причём каждый раз вынутый шар возвращается в урну, и шары перемешиваются. Приняв за случайную величину ξ число извлечённых белых шаров, составить ряд распределения величины ξ.

3. Рабочий обслуживает 3 станка. Вероятность того, что в течение часа станок не требует внимания рабочего, равна для первого станка 0,7. для второго – 0,8, для третьего – 0,9. Составить закон распределения случайной величины ξ - числа станков, которые потребуют внимания рабочего в течение часа. Найти функцию распределения $F(x)$.

4. Вероятность сдачи экзамена по математике студентом в каждой попытке постоянна и равна 0,8. Составить ряд распределения случайной величины ξ - числа попыток, которые использовал студент для успешной сдачи экзамена.

5. Вероятность выигрыша на один лотерейный билет равна 0,2. Составить закон распределения случайной величины ξ - числа выигрышных билетов, если приобретено всего 4 билета. Построить многоугольник распределения случайной величины ξ.

6. Вероятность появления события A в одном испытании равна p. Случайная величина ξ - число появления события в одном испытании. Найти её математическое ожидание и дисперсию.

7. Показать, что математическое ожидание постоянной величины равно этой же величине, т.е. $M(C)=C$.

8. Доказать, что математическое ожидание отклонения случайной величины от её математического ожидания равно нулю, т.е. $M\left(\xi-M(\xi)\right)=0$.

9. На курсовом вечере в лотерее на 50 билетов разыгрывались три вещи, стоимостью по 80 руб. и две вещи - по 100 руб. 1). Составить закон распределения суммы выигрыша для студента, купившего: а) один билет; б) два билета. 2). Вычислить величину среднего выигрыша студента, купившего: а) один билет; б) два билета.

10. Случайная величина ξ распределена по биномиальному закону. Найти её среднее квадратическое отклонение, если известны её математическое ожидание $M\left(\xi\right)=20$ и число произведённых испытаний $n=100$.

11. В партии из 100 изделий содержится 80% стандартных. Из этой партии наугад выбирают 10 изделий. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ - числа стандартных изделий, содержащихся в выборке.

12. В связке, содержащей 4 ключа, только один подходит для открывания замка. Построить ряд распределения и найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ - числа попыток, использованных для открывания замка, если:

1) при каждой попытке используются все ключи;

2) после каждой неудачной попытки из связки убирают использованный ключ.

13. Дан ряд распределения случайной величины ξ:

ξ	1	3	5	7
P	0,4	0,3	0,2	0,2

Найти её начальные и центральные моменты первых четырёх порядков, а также определить асимметрию и эксцесс.

14. Две независимые случайные величины X и Y заданы рядами

X	2,5	3	2
P	0,25	0,4	0.35

,

Y	–1,5	1
P	0,45	0,55

,

Найти математическое ожидание и дисперсию величины $Z = X - 2Y$.

15. Две независимые случайные величины X и Y заданы рядами распределения. Найти математическое ожидание и дисперсию величины Z.

15.

X	0	2	4
P	0.3	0.4	0.3

,

Y	-2	2
P	0.4	0.6

, $Z = X - 2Y$.

16.

X	0	2	4
P	0.25	0.5	0.25

,

Y	3	6
P	$1/3$	$2/3$

, $Z = 3X + 5Y$.