Определитель второго порядка и система линейных алгебраических уравнений второго порядка.

Формула определителя второго порядка: $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21};$

Решение систем линейных уравнений 2 порядка

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1; \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2; \end{cases} \Rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}; \Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}; \Rightarrow \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix};$$

1. Решите систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 3x - 11y = -115; \\ 8x - 72y = 1; \end{cases}$

2. Смешав 11-процентный и 72-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 31-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 51-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 11-процентного раствора использовали для получения смеси?

Система линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.

Система ***m*** уравнений с ***n*** неизвестными в общем виде записывается следующим образом:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ .... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

где a_{ij} – коэффициенты, а b_i – постоянные. Решениями системы являются n чисел, которые при подстановке в систему превращают каждое ее уравнение в тождество.

Если система имеет хотя бы одно решение, то она называется совместной. Если система не имеет ни одного решения, то она называется несовместной. Система называется определенной, если она имеет единственное решение и неопределенной, если более одного.

Для системы линейных уравнений матрица ***«A»***, составленная из коэффициентов при неизвестных, называется матрицей системы, а матрица, расширенной матрицей системы ***«A*»***.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & ... & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & ... & a_{2n} \\ ... & ... & ... & ... \\ a_{m1} & a_{m2} & ... & a_{mn} \end{pmatrix} \quad A^* = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & ... & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & ... & a_{2n} & b_2 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ a_{m1} & a_{m2} & ... & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$

Метод Гаусса может быть применен к системам линейных уравнений с произвольным числом уравнений и неизвестных. Суть метода заключается в последовательном исключении неизвестных.

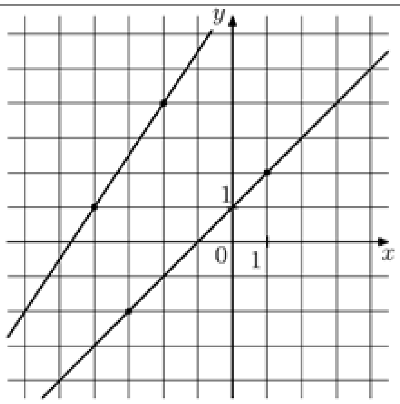
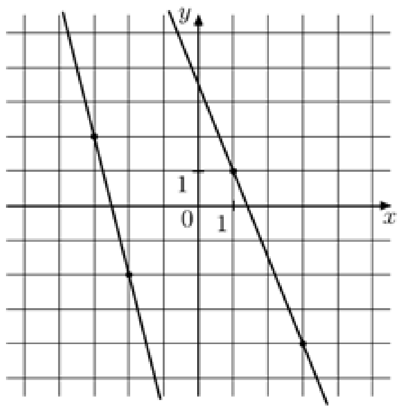
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + d_{12}x_2 + \ldots + d_{1n}x_n = d_1 \\ d_{22}x_2 + d_{23}x_3 + \ldots + d_{2n}x_n = d_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ d_{m2}x_2 + d_{m3} + \ldots + d_{mn}x_n = d_m \end{cases}$$

3. Решите систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 5x - y - z = 0, \\ x + 2y + 3z = 14, \\ 4x + 3y + 2z = 16. \end{cases}$

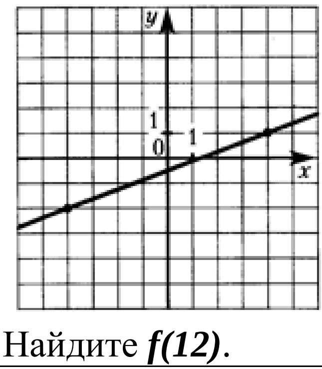
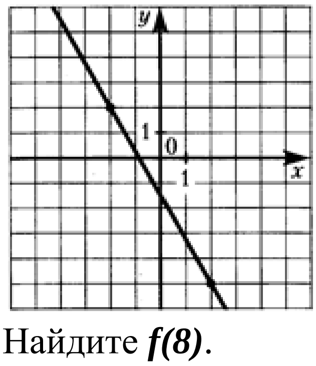
Уравнение прямой на плоскости.

Уравнение прямой вида ***y=kx+b*** – называют уравнением прямой с угловым коэффициентом. Пусть на плоскости заданы две точки $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$, тогда уравнение прямой, проходящей через эти точки: $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$; Если какой- либо из знаменателей равен нулю, тогда, для получения уравнения прямой, следует приравнять нулю соответствующий числитель. Далее можно упростить: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \Rightarrow y - y_1 = k(x - x_1)$

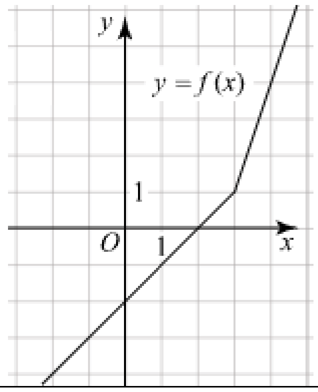
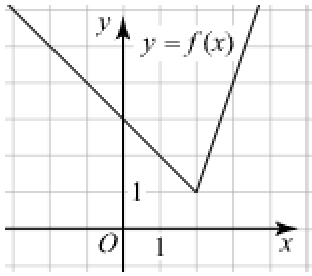
4. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.

 а)	 б)

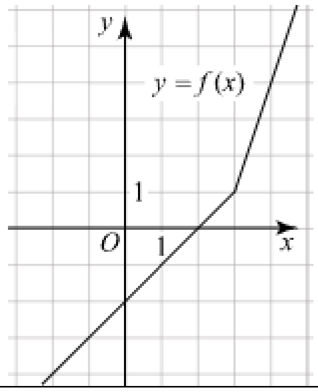
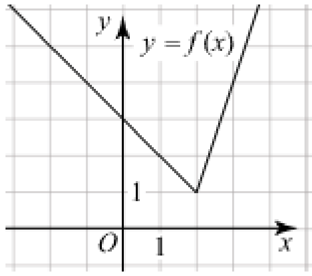
5. На рисунке изображен график функции ***f(x)=kx+b***.

 Найдите ***f(12)***.	 Найдите ***f(8)***.

6. На рисунке изображен график функции вида ***f(x)=ax***+|***bx+c***|+***d***, где числа ***a,b,c,d*** –целые. Найдите решение уравнений ***ax+d=0*** и ***bx+c=0***.

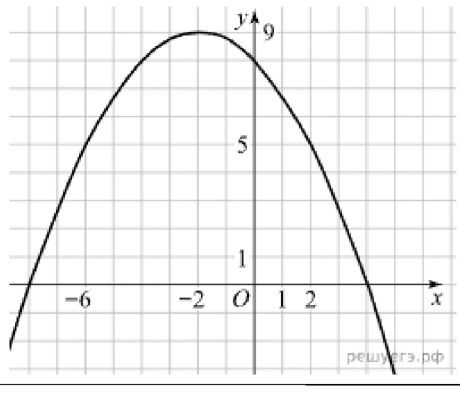
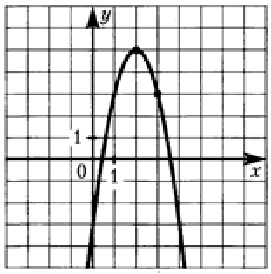
	

7. На рисунке изображен график функции вида ***f(x)=ax+|bx+c|+d***, где числа ***a,b,c,d*** –целые. Найдите ***f(8)***.

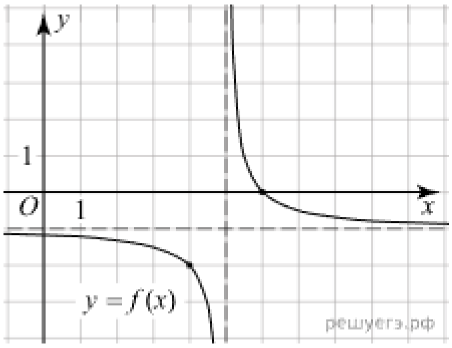
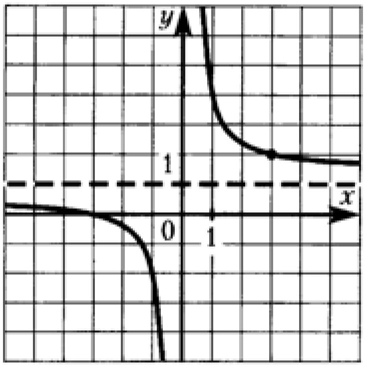
<u>Парабола</u>

$y=ax^2+bx+c=a(x-x_0)^2+y_0=a(x-x_1)(x-x_2)$ – различные уравнения параболы, ***$(x_0;y_0)$*** – координаты вершины параболы, ***x_1*** и ***x_2*** – абсциссы точек пересечения параболы с осью абсцисс.

8. На рисунке изображен график функции $f\left(x\right)=\dfrac{x^2}{a}+bx+c,$ где ***a,b,c*** –целые. Найдите ***f(-5)***.	
9. На рисунке изображен график функции ***$f(x)=-2x^2+bx+c$***. Найдите ***f(5)***.	

<u>Гипербола</u>

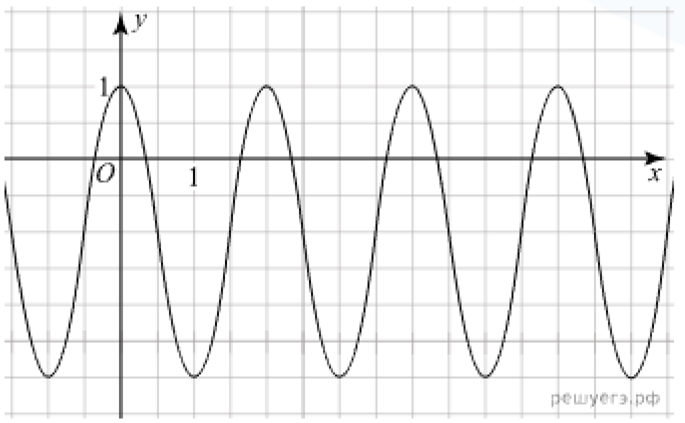
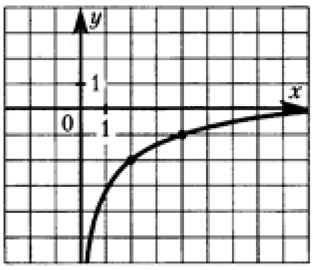
$y=\frac{a}{x-x_0}+y_0$ - общее уравнение гиперболы, где ***(x_0;y_0)*** – координаты начала «новой» системы координат.

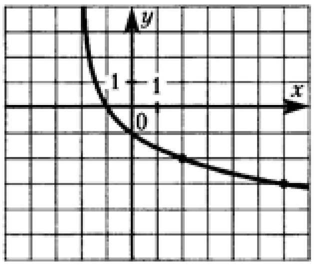
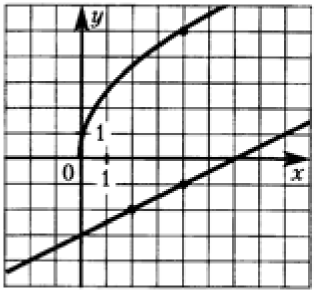
10. На рисунке изображен график функции $f\left(x\right)=\frac{a}{x+b}+c,$ где ***a,b,c*** – целые. Найдите ***f(9)***.	
11. На рисунке изображен график функции $f\left(x\right)=\frac{k}{x}+a$. Найдите, при каком значении ***x*** значение функции равно 0,8.	

<u>Тригонометрические функции</u>

f(x)=acos(bx+c)+d – общий вид гармонической функции. «***a***» - амплитуда, «***d***» - сдвиг по оси ординат, «***c***» - сдвиг по оси абсцисс, «***b***» - «период» функции.

$$d=\frac{y_{\max}+y_{\min}}{2};\ a=\frac{y_{\max}-y_{\min}}{2};\ \frac{2\pi}{b\pi}=размер;$$

12. На рисунке изображен график функции вида ***f(x)=acos(bπx+c)+d,*** где числа ***a,b,c,d*** – целые. Найдите ***f(100/3)***.	
13. На рисунке изображен график функции $f\left(x\right)=b+\log_a x$. Найдите ***f(0.25)***.	

14. На рисунке изображен график функции $f\left(x\right)=\log_a\left(x+b\right)$. Найдите, при каком значении $\boldsymbol{x}$ значение функции равно -4.	
15. На рисунке изображены графики функций $f\left(x\right)=a\sqrt{x}$ *и* $g\left(x\right)=kx+b$, которые пересекаются в точке ***A***. Найдите ординату точки ***A***.	
16. На рисунке изображены графики функций $f\left(x\right)=a\sqrt{x}$ *и* $g\left(x\right)=kx+b$, которые пересекаются в точке ***A***. Найдите ординату точки ***A***.