

## IT-лицей 1-2 февраля 2022

1. Известно, что  $f(x) = \frac{x}{1+x} + \frac{1-x}{x} - \frac{1}{24}$ . Найдите  $f\left(\frac{3}{5}\right)$ .
2. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 105 кратных 3, но не кратных 5.
3. Решите уравнение  $\operatorname{tg} 2x = 2 \cos 2x \cdot \operatorname{ctg} x$ .
4. Решите неравенство  $\log_{2x} 16 - \log_{4x} 8 \leq 1$ .
5. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с равными сторонами  $AB$  и  $BC$  проведены биссектрисы  $AD$  и  $CE$ . Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается сторон  $AB$  и  $BC$  в точках  $K$  и  $L$  соответственно. Найдите  $DE$ , если  $AC=12$  и  $KL=9$ .
6. Дана треугольная призма  $ABCA'B'C'$  с основаниями  $ABC$  и  $A'B'C'$ . На диагоналях боковых граней  $AB'$ ,  $BC'$ ,  $CA'$  отмечены точки  $D$ ,  $E$ ,  $F$  соответственно. Найдите отношение, в котором плоскость  $DEF$  делит отрезок  $AA'$ , если  $AD:DB'=1:1$ ,  $BE:EC'=1:2$ ,  $CF:FA'=1:3$ .
7. Найдите все положительные значения параметра « $a$ », при которых уравнение  $\log_{2-x}(a^{2+x} + 2a^{1-x} + x - 1) + \log_{2+x}(a^{2-x} + 2a^{1+x} - x - 1) = 2$  имеет ровно одно решение относительно  $x$ .
8. 15-го января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в процентах от кредита)	100%	90%	80%	70%	60%	50%	0%

В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивался на 5%, а выплаты по погашению кредита происходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма переплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

9. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.
10. На доске написано более 27, но менее 45 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -5, среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -18.
  - а) Сколько чисел написано на доске?
  - б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?
  - в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

Ответы:

1.	1
2.	1470
3.	$\pm \frac{\pi}{6} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi k, n, k \in \mathbb{Z}$
4.	$\left(0; \frac{1}{8}\right], \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right), [2; +\infty)$
5.	8
6.	3:4
7.	1
8.	22.5%
9.	0.75
10.	а) 36 б) отрицательных в) 16