

Расчетные задания

Задание №1.

Решить дифференциальные уравнения: а) $y' + p(x)y = q(x)$, б) $y'' = F(x, y, y')$

n	$p(x)$	$q(x)$	$F(x, y, y')$
1	$2x$	$2xe^{-x^2}$	$(y')^2 x^{-2}$
2	$-\operatorname{tg} x$	$\cos x$	$-y'(e^x + 1)^{-1}$
3	$-\cos x$	$-\sin 2x$	$2yy'$
4	$-3x^{-1}$	x	$y'(\ln x + 1)(x \ln x)^{-1}$
5	$-(x-1)^{-1}$	x^{-1}	$\sin 2x - y' \operatorname{tg} x$
6	$2x$	$-2x^3$	$(1 - xy')x^{-2}$
7	$\operatorname{tg} x$	$(\cos x)^{-1}$	$y'x^{-1} + x e^x$
8	$\operatorname{tg} x$	$2 \operatorname{tg} x$	$-y'x^{-1} + 1$
9	x^{-1}	$3x^2 + 1$	$[(y')^2 + 1](2y)^{-1}$
10	$-\operatorname{tg} x$	$2 \cos x$	$(1 + x - y') \cdot x^{-1}$
11	2	e^{3x}	$x(y')^2$
12	$2 \operatorname{ctg} 2x$	$e^{\cos^2 x}$	$(y')^2(1 - y)^{-1}$
13	$(1 + x^2)^{-1}$	$(1 + x^2)^{-1} \operatorname{arctg} x$	$y'x^{-1} + \sin(y'x^{-1})$
14	x^{-1}	$2 \ln x + 1$	$2(y')^2(1 + y)^{-1}$
15	x^{-1}	$e^x(1 + x^{-1})$	$(y')^2(2y + 1)^{-1}$
16	$-\operatorname{ctg} x$	$2x \sin x$	$4y(y')^2(1 + y^2)^{-1}$
17	$-x^{-1}$	$x \cos x$	$-y'(1 + e^x)^{-1}$
18	x^{-1}	$e^x(2 - x^{-1})$	$\sqrt{x} + y'x^{-1}$
19	-1	$e^x x^{-1}$	$y^{-0,5}$
20	$-x^{-1}$	$x \ln x$	$-y'(x-1)^{-1}$
21	$1 - x^{-1}$	$-x$	$-y^{-3}$
22	$-4x$	$4x^3$	$2xy'(1 - x^2)^{-1}$
23	-2	$e^x - x$	$2(y')^2 \operatorname{tg} y$
24	$-(x+1)^{-1}$	$(x+1)e^x$	$2(y')^2 y^{-1}$
25	$-2(x+1)^{-1}$	$e^x(x+1)^2$	$-(y')^2 y^{-1}$
26	$3x^{-1}$	$2x^{-3}$	$(y')^2(1 + \ln y)(y \ln y)^{-1}$
27	$(\cos x)^{-2}$	$\operatorname{tg} x \cdot (\cos x)^{-2}$	$y' \cos x(1 + \sin x)^{-1}$
28	$-\operatorname{ctg} x$	$\sin^3 x$	$y'x^{-1} + x^{-5}$
29	$-x^{-1}$	$-2x^{-1} \ln x$	$y'(x-1)^{-1} + x(x-1)$
30	$2x(1 + x^2)^{-1}$	$(1 + x^2)^{-2}$	$(y')^2(2y + 1)(y^2 + y)^{-1}$

Задание №2

Решить дифференциальные уравнения:

а) $y'' + (p + (-1)^n p)y' + \frac{1}{2}(p^2 + (-1)^{n+1} p^2)y = Ax^2 + Bx + \ell$, $y(0) = (-1)^n$, $y'(0) = (-1)^{n+1}$;

б) $y'' - 2py' + q_1 y = (Ax + B)e^{(m+1)x}$;

в) $y'' + 2py' + q_2 y = A \cos(m+1)x + B \sin(m+1)x$.

Здесь введены обозначения: ℓ - последняя цифра номера группы, $m = \left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor$ -

остаток от деления n на 4,

$$q_j = p^2 + \frac{(m+1)^2}{2} \left((-1)^{j+1} + (-1)^n \right), \quad j = 1, 2.$$

n	p	A	B	n	p	A	B	n	p	A	B
1	1	1	1	11	6	-1	0	21	11	3	2
2	1	0	1	12	6	-2	2	22	11	-3	3
3	2	1	0	13	7	-2	0	23	12	-3	0
4	2	2	2	14	7	0	-2	24	12	0	-3
5	3	0	2	15	8	3	3	25	13	-2	3
6	3	2	0	16	8	3	0	26	13	3	-2
7	4	1	2	17	9	0	3	27	14	4	1
8	4	2	1	18	9	1	3	28	14	1	4
9	5	-1	1	19	10	3	1	29	15	4	2
10	5	0	-1	20	10	2	3	30	15	0	4

Задание №3

Решить дифференциальное уравнение $y'' + py' + qy = f(x)$

n	p	q	$f(x)$	n	p	q	$f(x)$	n	p	q	$f(x)$
1	0	1	$(\sin x)^{-1}$	11	2	1	$e^x(4-x^2)^{-0,5}$	21	0	4	$(\cos 2x)^{-1}$
2	0	4	$(\sin x)^{-2}$	12	0	1	$(\cos x)^{-1}$	22	0	4	$(\sin 2x)^{-1}$
3	3	2	$(e^x + 1)^{-1}$	13	-2	1	$e^x \sqrt{x+1}$	23	0	-4	$e^{2x} \sin 2x$
4	-2	1	$e^x(1-x^2)^{-0,5}$	14	2	1	$e^{-x} \ln x$	24	0	-4	$e^{2x} \cos 2x$
5	-2	1	$e^x(1+x^2)^{-1}$	15	0	-1	$e^x \sin x$	25	4	4	$e^{-2x} \ln^2 x$
6	0	1	$\operatorname{tg} x$	16	0	-1	$e^x \cos x$	26	6	9	$e^{-3x} x^{-3}$
7	0	1	$\operatorname{ctg} x$	17	-2	2	$e^x \sin x$	27	0	9	$3(\cos 3x)^{-1}$
8	0	-1	$e^x(e^x + 1)^{-1}$	18	-2	2	$e^x \cos x$	28	2	1	$3e^{-x} \sqrt{x+1}$
9	-2	1	$e^x(1-x^2)^{-1}$	19	6	9	$e^{-3x}(1+x^2)^{-1}$	29	0	1	$2x \sin x$
10	0	4	$(\cos x)^{-2}$	20	-6	9	$x e^{3x}(1+x)^{-1}$	30	4	0	$(\sin x)^{-2}$

Задание №4

Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x' = ax + by + \varphi(t) \\ y' = cx + dy + \psi(t) \end{cases}$$

n	a	b	c	d	$\varphi(t)$	$\psi(t)$
1	1	1	3	-1	$\sin t$	$-\cos t$
2	2	-1	3	-2	$\cos t$	$\sin t$
3	2	-1	5	-2	$\sin t$	$\cos t$
4	1	-1	-4	1	$-e^{-t}$	te^{-t}
5	4	-1	1	2	0	te^t
6	1	-1	3	1	0	0
7	1	3	1	-1	e^{2t}	te^{2t}
8	2	3	1	-2	e^t	$2te^t$
9	-2	-1	5	2	0	$t^2 + 1$
10	1	-4	-1	1	0	e^{3t}
11	2	-1	1	4	0	te^{3t}
12	1	-3	1	1	0	e^t
13	-1	1	3	1	t	t^2
14	-2	-1	3	2	e^{-t}	$-e^{-t}$
15	2	-5	1	-2	0	e^{2t}
16	2	2	3	1	0	0
17	4	1	-1	2	$-e^{3t}$	0
18	1	1	-3	1	0	$e^t \cos 2t$
19	-1	3	1	1	$2e^{-2t}$	$5e^{-2t}$
20	-2	3	-1	2	t^2	0
21	2	1	-5	-2	1	t
22	1	2	3	2	e^{4t}	0
23	2	1	-1	4	$-\cos 3t$	$\sin 3t$
24	1	3	-1	1	1	$2t$
25	1	3	2	2	0	$-2e^{-t}$
26	2	3	1	4	0	0
27	-3	-1	1	-1	0	0
28	1	-2	1	4	e^t	0
29	0	1	2	1	$-5\cos t$	0
30	-5	-1	1	-3	e^t	0