Практическое занятие по теме «комплексные числа»

Задача 1. Найти комплексные корни квадратного уравнения z^2-4z+5=0 и изобразить их на комплексной плоскости.

Задача 2. Записать комплексное число $z=\frac{2+3i}{4\text{-}5i}+\frac{7}{41}+\frac{19}{41}i$ в алгебраической форме.

Задача 3. Выполнить действия, используя показательную форму комплексного числа: $w=\left(\text{-}3+3\sqrt{3}i\right)^4\cdot e^{\frac{2\pi i}{5}}$.

Задача 4. Найти все значения $w=\sqrt[4]{-16i}$.

Задачи для самостоятельной работы

1. Решите уравнения изобразите их корни на комплексной плоскости:
а) $-3z^2+4z-2=0$; б) $-3z^2+6z-10=0$; в) $z^2-4z+20=0$; г) $4z^2-8z+13=0$; д) $-6z^2+4z-3=0$;

2. Построить на комплексной плоскости комплексные числа: $z=-3+5i$, $z=4-i$, $z=3i$, $z=\sqrt{3}+i$ и им сопряженные.

3. Записать в алгебраической форме следующие комплексные числа:
а) $(1-i)^2(5+8i)$; б) $(1+i\sqrt{3})^3$; в) $\frac{1}{1+3i}+\frac{1}{4-i}$; г) $i^{12}+i^{17}$; д) $\frac{2+3i}{(1+i)^2}$; е) $\left(\frac{\mathrm{i}^5+2}{\mathrm{i}^{19}+1}\right)^2$.

4. Записать в алгебраической форме следующие комплексные числа: а) $\frac{1}{2}e^{i\pi}$, б) $e^{4+\pi i/2}$, в) $6e^{\pi i/3}$, г) $3e^{-\pi i/4}$, д) $e^{1+2\pi i/3}$.

5. Представить в тригонометрической и показательной формах следующие комплексные числа: а) $-1+i$; б) $\sqrt{3}+i$; в) $-5i$; г) 7; д) $-\sqrt{2}+i\sqrt{6}$; е) $-\operatorname{tg}\alpha+i$;
ж) $\cos(\pi/7)+i\sin(\pi/7)$.

6. Используя показательную форму комплексного числа, выполнить указанные действия: а) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{i}\right)^6$; б) $(2+2i)^5$; в) $(1-i)^3(-2\sqrt{3}+2i)$; г) $\left(\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}\right)^4$.

7. Найти все значения следующих корней и изобразить их на комплексной плоскости:
а) $\sqrt[3]{i}$; б) $\sqrt[6]{-8}$; в) $\sqrt[5]{-1+i}$; г) $\sqrt[4]{\sqrt{3}+i}$.

Практическое занятие по теме «комплексные числа»

Задача 1. Найти комплексные корни квадратного уравнения z^2-4z+5=0 и изобразить их на комплексной плоскости.

Задача 2. Записать комплексное число $z=\frac{2+3i}{4\text{-}5i}+\frac{7}{41}+\frac{19}{41}i$ в алгебраической форме.

Задача 3. Выполнить действия, используя показательную форму комплексного числа: $w=\left(\text{-}3+3\sqrt{3}i\right)^4\cdot e^{\frac{2\pi i}{5}}$.

Задача 4. Найти все значения $w=\sqrt[4]{-16i}$.

Задачи для самостоятельной работы

1. Решите уравнения изобразите их корни на комплексной плоскости:

а) $-3z^2+4z-2=0$; б) $-3z^2+6z-10=0$; в) $z^2-4z+20=0$; г) $4z^2-8z+13=0$; д) $-6z^2+4z-3=0$;

2. Построить на комплексной плоскости комплексные числа: $z=-3+5i$, $z=4-i$, $z=3i$, $z=\sqrt{3}+i$ и им сопряженные.

3. Записать в алгебраической форме следующие комплексные числа:

а) $(1-i)^2(5+8i)$; б) $(1+i\sqrt{3})^3$; в) $\frac{1}{1+3i}+\frac{1}{4-i}$; г) $i^{12}+i^{17}$; д) $\frac{2+3i}{(1+i)^2}$; е) $\left(\frac{i^5+2}{i^{19}+1}\right)^2$.

4. Записать в алгебраической форме следующие комплексные числа: а) $\frac{1}{2}e^{i\pi}$, б) $e^{4+\pi i/2}$, в) $6e^{\pi i/3}$, г) $3e^{-\pi i/4}$, д) $e^{1+2\pi i/3}$.

5. Представить в тригонометрической и показательной формах следующие комплексные числа: а) $-1+i$; б) $\sqrt{3}+i$; в) $-5i$; г) 7; д) $-\sqrt{2}+i\sqrt{6}$; е) $-\operatorname{tg}\alpha+i$;
ж) $\cos(\pi/7)+i\sin(\pi/7)$.

6. Используя показательную форму комплексного числа, выполнить указанные действия: а) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i\right)^6$; б) $(2+2i)^5$; в) $(1-i)^3(-2\sqrt{3}+2i)$; г) $\left(\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}\right)^4$.

7. Найти все значения следующих корней и изобразить их на комплексной плоскости:

а) $\sqrt[3]{i}$; б) $\sqrt[6]{-8}$; в) $\sqrt[5]{-1+i}$; г) $\sqrt[4]{\sqrt{3}+i}$.

Практическое занятие по теме «неопределённый интеграл»

Таблица неопределенных интегралов		
1. $\int x^{\alpha}dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C, \alpha\neq -1;$ 2. $\int \frac{dx}{x}=\ln\lvert x\rvert+C;$ 3. $\int e^{x}dx=e^{x}+C;$ 4. $\int a^{x}dx=\frac{a^{x}}{\ln a}+C;$	5. $\int \cos xdx=\sin x+C;$ 6. $\int \sin xdx=-\cos x+C;$ 7. $\int ctgxdx=\ln\lvert\sin x\rvert+C;$ 8. $\int tgxdx=-\ln\lvert\cos x\rvert+C;$	9. $\int \frac{1}{\cos^2 x}dx=tgx+C;$ 10. $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx=-ctgx+C;$ 11. $\int \frac{1}{\cos x}dx=\ln\left\lvert tg\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right\rvert+C;$ 12. $\int \frac{1}{\sin x}dx=\ln\left\lvert tg\frac{x}{2}\right\rvert+C;$
13. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=\arcsin x+C;$ 14. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin\frac{x}{a}+C;$ 15. $\int \frac{dx}{1+x^2}=arctgx+C;$ 16. $\int \frac{dx}{a^2+x^2}=\frac{1}{a}arctg\frac{x}{a}+C;$	17. $\int \frac{dx}{x^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\left\lvert\frac{x+a}{x-a}\right\rvert+C;$ 18. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2\pm a^2}}=\ln\left\lvert x+\sqrt{x^2\pm a^2}\right\rvert+C;$	

Вычислите интегралы:

1) $\int\left(5x^{11}-\frac{10}{x^2}+\frac{2}{36+x^2}+\frac{1}{\sqrt{49-x^2}}+3\right)dx;$

2) $\int\left(13x^{25}-\frac{5}{\sqrt{64-x^2}}+3\sin x+\frac{4}{\cos^2 x}-1\right)dx;$

3) $\int\left(\frac{7^x}{2}-\frac{9}{x}+\frac{18}{9+x^2}-2\sqrt[7]{x^{15}}-4\cos x\right)dx;$

4) $\int\left(3^x+\frac{9}{\sqrt{81-x^2}}+\frac{2}{\sqrt{x^2-16}}-6\sin x\right)dx;$

5) $\int\left(\left(\frac{1}{5}\right)^x-9\sqrt[6]{x^5}+\frac{8}{x}-\frac{14}{36+x^2}+5\right)dx;$

6) $\int\left(\frac{5}{\cos^2 x}-\frac{7}{\sqrt[8]{x^5}}+\frac{3}{\sqrt{x^2+49}}+8\sin x-\frac{3}{x}\right)dx;$

7) $\int\left(\left(\frac{2}{3}\right)^x-\frac{3}{\sin^2 x}+\frac{10}{\sqrt{4-x^2}}+6\sqrt[5]{x^{14}}-7\right)dx;$

8) $\int\left(\frac{1}{64+x^2}-\frac{4}{\cos^2 x}+3\sin x+15\sqrt[6]{x^{13}}+\frac{2}{x}\right)dx;$

Практическое занятие по теме «неопределённый интеграл»

Таблица неопределенных интегралов		
1. $\int x^{\alpha}dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C,\alpha\neq-1;$ 2. $\int\frac{dx}{x}=\ln\lvert x\rvert+C;$ 3. $\int e^{x}dx=e^{x}+C;$ 4. $\int a^{x}dx=\frac{a^{x}}{\ln a}+C;$	5. $\int\cos xdx=\sin x+C;$ 6. $\int\sin xdx=-\cos x+C;$ 7. $\int ctgxdx=\ln\lvert\sin x\rvert+C;$ 8. $\int tgxdx=-\ln\lvert\cos x\rvert+C;$	9. $\int\frac{1}{\cos^{2}x}dx=tgx+C;$ 10. $\int\frac{1}{\sin^{2}x}dx=-ctgx+C;$ 11. $\int\frac{1}{\cos x}dx=\ln\left\lvert tg\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right\rvert+C;$ 12. $\int\frac{1}{\sin x}dx=\ln\left\lvert tg\frac{x}{2}\right\rvert+C;$
13. $\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^{2}}}=\arcsin x+C;$ 14. $\int\frac{dx}{\sqrt{a^{2}-x^{2}}}=\arcsin\frac{x}{a}+C;$ 15. $\int\frac{dx}{1+x^{2}}=arctgx+C;$ 16. $\int\frac{dx}{a^{2}+x^{2}}=\frac{1}{a}arctg\frac{x}{a}+C;$	17. $\int\frac{dx}{x^{2}-a^{2}}=\frac{1}{2a}\ln\left\lvert\frac{x+a}{x-a}\right\rvert+C;$ 18. $\int\frac{dx}{\sqrt{x^{2}\pm a^{2}}}=\ln\left\lvert x+\sqrt{x^{2}\pm a^{2}}\right\rvert+C;$	

Вычислите интегралы:

1) $\int\left(5x^{11}-\frac{10}{x^{2}}+\frac{2}{36+x^{2}}+\frac{1}{\sqrt{49-x^{2}}}+3\right)dx;$

2) $\int\left(13x^{25}-\frac{5}{\sqrt{64-x^{2}}}+3\sin x+\frac{4}{\cos^{2}x}-1\right)dx;$

3) $\int\left(\frac{7^{x}}{2}-\frac{9}{x}+\frac{18}{9+x^{2}}-2\sqrt[7]{x^{15}}-4\cos x\right)dx;$

4) $\int\left(3^{x}+\frac{9}{\sqrt{81-x^{2}}}+\frac{2}{\sqrt{x^{2}-16}}-6\sin x\right)dx;$

5) $\int\left(\left(\frac{1}{5}\right)^{x}-9\sqrt[6]{x^{5}}+\frac{8}{x}-\frac{14}{36+x^{2}}+5\right)dx;$

6) $\int\left(\frac{5}{\cos^{2}x}-\frac{7}{\sqrt[8]{x^{5}}}+\frac{3}{\sqrt{x^{2}+49}}+8\sin x-\frac{3}{x}\right)dx;$

7) $\int\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{x}-\frac{3}{\sin^{2}x}+\frac{10}{\sqrt{4-x^{2}}}+6\sqrt[5]{x^{14}}-7\right)dx;$

8) $\int\left(\frac{1}{64+x^{2}}-\frac{4}{\cos^{2}x}+3\sin x+15\sqrt[6]{x^{13}}+\frac{2}{x}\right)dx;$