

Прямоугольный треугольник

1. Дана гипотенуза c и радиус r вписанной в прямоугольный треугольник окружности. Найти площадь треугольника.
2. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки длиной 5 и 12 см. Найти катеты треугольника.
3. В прямоугольный треугольник с катетами a и b вписан квадрат, имеющий с треугольником общий прямой угол. Найти периметр квадрата.
4. Дан треугольник со сторонами 6, 8 и 10 см. Найти расстояние между центрами описанной и вписанной окружности.
5. Окружность касается большего катета прямоугольного треугольника, проходит через вершину противоположного острого угла и имеет центр на гипотенузе треугольника. Каков радиус окружности, если длины катетов равны 5 и 12?
6. Длина высоты, проведенной к основанию равнобедренного треугольника, равна 25 см, а радиус вписанной окружности равен 8 см. Найти длину основания треугольника.
7. Внутри прямого угла дана точка M , расстояния от которой до сторон угла равны 4 и 8 см. Прямая, проходящая через точку M , отсекает от прямого угла треугольник площадью 100. Найти катеты этого треугольника.
8. На большем катете прямоугольного треугольника, как на диаметре, построена окружность. Определить радиус этой окружности, если меньший катет треугольника равен 7,5 см, а длина хорды, соединяющей вершину прямого угла с точкой пересечения гипотенузы и окружности, равна 6 см.

Параллельные прямые

1. Доказать, что для трапеции следующие четыре точки: середины оснований, точка пересечения диагоналей и точка пересечения продолжений боковых сторон - лежат на одной прямой.
2. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна m и делит прямой угол в отношении 1:2. Найти стороны треугольника.
3. На сторонах квадрата вне его построены правильные треугольники, и их вершины последовательно соединены. Найти отношение периметра полученного четырехугольника к периметру данного квадрата.
4. Основания трапеции равны 4 и 16 см. Найти радиусы окружностей, вписанной в трапецию и описанной около нее, если известно, что эти окружности существуют.
5. Основания двух правильных треугольников со сторонами a и $3a$ лежат на одной и той же прямой. Треугольники расположены по разные стороны от прямой и не имеют общих точек, а расстояние между ближайшими концами их оснований равно $2a$. Найти расстояние между вершинами треугольников, не принадлежащими данной прямой.
6. Биссектриса угла треугольника делит противоположную сторону на отрезки длиной 4 и 2 см, а высота, проведенная к той же стороне, равна $\sqrt{15}$ см. Каковы длины сторон треугольника, если известно, что они выражаются целыми числами?

Разные задачи

1. В ромбе $ABCD$ на стороне AB как на диаметре построена окружность ω , пересекающая сторону BC в точке E . Из точки C к окружности ω проведена касательная CK (K – точка касания, точки A и K лежат по разные стороны от прямой BC). Найдите AC , если $CK=23$.

Ответ: $AC = 23\sqrt{2}$.

2. Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Окружность, описанная около треугольника BCD , пересекает диагональ AC в точке F (точка F лежит между A и E), $\angle ABD = \angle ADB = \angle BCD$. Найдите EA , если $AF=FC=2023$.